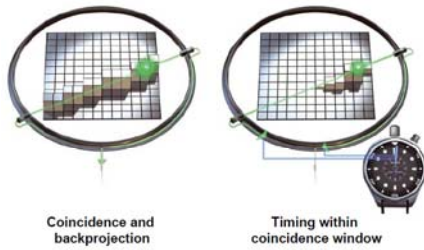


DOI-TOF-PETへ向けてシリーズ by 澁谷憲悟(放医研)

- ① 2005年5月30日 核医学物理セミナー
『TOF-PETの原理と歴史およびDOIとの併用効果』
 - ② 2005年7月25日 次世代PET装置開発研究会議
『高速なγ線検出器とTime-of-Flight PETへの応用』
Radioisotopes, Vol. 55, No.7 (2006) pp.391-402.
- (9月上旬バス)
- ③ 2006年12月11日 核医学物理セミナー
『TOF-PETの画像再構成における計算量削減アルゴリズムの近況』
 - ④ 2007年1月22日 次世代PET研究会(の予定)
『DOI情報によるTOF分解能の向上(実験データ)』

従来のPETとTOF-PET



- TOF-PETは従来のPETよりも、一組の同時計数当たりにも得られる情報量が大きい。
- 概念は1980年代から存在した。最近、周辺技術の向上で有効性が確認された。
- 時間分解能に勝れた放射線検出器の国際的な開発競争が本格化。

PHILIPS

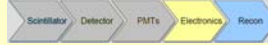
TruFlight

Electronics – Speed & Accuracy Electronics

Designed for Timing Accuracy

- 25 psec time stamp for accurate data sampling
- ToF Timing Resolution – 650 psec
 - Crystal 450 psec
 - PMTs 100 psec
 - Other 100 psec – electronics design plays a key role in preserving the timing resolution

17



2006年12月11日 核医学物理セミナー
IEEE NSS MIC 報告会(3)

TOF-PETの画像再構成における 計算量削減アルゴリズムの近況

澁谷憲悟(放医研)

IEEE NSS MIC 報告会(4)



1. W. F. Jones, E. Breeding, M. Conti, F. Kehren, and M. E. Casey @ Siemens Molecular Imaging: "On-Line Time-of-Flight Mashing: the PDR card applied to a long-axis PET-TOF system for reduced transaxial angular sampling with 3-D nearest-neighbor projection-space rebinning in clinical PET/CT", *IEEE NSS/MIC 2006*, M11-148, OCT 2006.



2. M. Defrise, M. E. Casey, C. Michel, and M. Conti @ Vrije Universiteit Brussel, "Fourier rebinning of time-of-flight PET data", *Phys. Med. Biol.*, **50**, pp. 2749-2763, JUN 2005.
3. S. Vandenberghe, M. E. Daube-Witherspoon, R. M. Lewitt, and J. S. Karp @ Philips Research & Univ. of Pennsylvania: "Fast reconstruction of 3D time-of-flight PET data axial rebinning and transverse mashing", *Phys. Med. Biol.*, **51**, pp. 1603-1621, March 2006.

ISI Web of Science (1999-2006) 検索
(TOF of Time-of-Flight) and PET and reconstruction



2. Conti M
Effect of randomness on signal-to-noise ratio in TOF PET
IEEE TRANSACTIONS ON NUCLEAR SCIENCE 53 (3): 1188-1193 Part 2 JUN 2006
4. Surti S, Karp JS, Popescu LA, et al.
Investigation of time-of-flight benefit for fully 3-D PET
IEEE TRANSACTIONS ON MEDICAL IMAGING 25 (5): 529-538 MAY 2006
5. Vandenberghe S, Daube-Witherspoon ME, Lewitt RM, et al.
Fast reconstruction of 3D time-of-flight PET data by axial rebinning and transverse mashing
PHYSICS IN MEDICINE AND BIOLOGY 51 (6): 1603-1621 MAR 21 2006
7. Defrise M, Casey ME, Michel C, et al.
Fourier rebinning of time-of-flight PET data
PHYSICS IN MEDICINE AND BIOLOGY 50 (12): 2749-2763 JUN 21 2005
9. Yamaya T, Ohi T, Yamaguchi M, et al.
High-resolution image reconstruction method for time-of-flight positron emission tomography
PHYSICS IN MEDICINE AND BIOLOGY 45 (11): 3125-3134 NOV 2000



論文紹介

M. Defrise, M. E. Casey, C. Michel, and M. Conti

“Fourier rebinning of time-of-flight PET data”

Phys. Med. Biol., **50**, pp. 2749-2763, JUN 2005.

Abstract

- 3D-TOFのデータをTOF-FOREによって2D-TOFのデータに変換することで、従来の2D-TOFの画像再構成法を適用することができる。
- TOF-FOREは、通常のFOREに基づいており、(2つの微分方程式が必要条件になっている。)
- シミュレーションの結果、TOF-FOREはTOF-SSBRよりも正確だった。

Introduction --- TOF-PET

- 現在の時間分解能は500~800nsで、空間分解能は75~120mmに過ぎない。
- TOFの効果は、主にランダム計数率の低減とSNRの向上で、被検体が大きいほど効果が現れる。
- 1980年代のTOF-PET装置は、BaF₂やCsFなど、低密度のシンチレータを用いていたので、SNRでBGO装置に及ばなかった。
- 近年は、LSOやLaBr₃によって、時間分解能のみならず、計数率特性やエネルギー分解能も改善している。

Introduction --- 2D TOF再構成

- 2D TOF-PETの基本アルゴリズムは、Snyder (1981) やTomitani (1981) によって提案された。
- 彼らは、TOF-FBPを用いて、SNRの向上を提示した。
- その後、解析的な画像再構成法に代わって、代数的な逐次近似法も用いられている。
- Sheppら(1983) やSnyderら(1983)はリストモードのTOFデータから、ML-EMで画像再構成し、画質がTOF-FBPよりも改善することを示した。
- また、Chen(1985)らは、TOF-FBPのデータからML-EMで再構成する、より高速な手法を発表した。

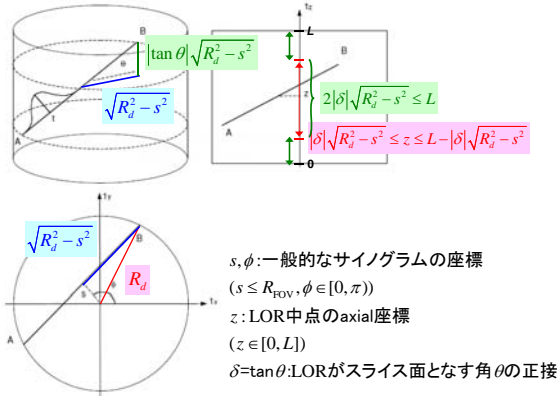
Introduction --- 3D TOF再構成

- まだアルゴリズムは未熟である。
- Mallonら(1992)が3D TOF-FBPを提案(Colsherフィルター)。
- 臨床データで解析的なfully 3D再構成を行うのは、余り適切ではない。TOF-PETに代数的なアルゴリズム(ML-EM、MAPなど)を導入するのは当然の流れ。
- 膨大なbin(10F-bin倍)を処理するには、Snyderら(1983)のようにリストモードデータから再構成する方法と、rebinningによってデータの次元数を削減する方法がある。
- Kinahanら(1996)は、二つの方法をhybrid化し、画質と計算量の折衷案を見出した。

Introduction --- 論文のコンセプト

- 臨床データに対してもhybrid methodは有効である。(仮定)
- Rebinningアルゴリズムを最適化する。
- RebinningはTOF-binごとに行う。
- 2D化されたTOFデータは、従来の2D TOFで再構成する。

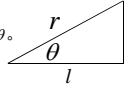
3D TOF-PET Dataの座標系



[3D TOF-PETの観測データ]

$$p_i^m(s, \phi, z, \delta) = \sqrt{1 + \delta^2} \int_{-\infty}^{\infty} dl f(s \cos \phi - l \sin \phi, s \sin \phi + l \cos \phi, z + l\delta) h(t, l\sqrt{1 + \delta^2})$$

- 積分変数 l は、スライス面に投影された path length。
- LORに沿った oblique な path length は、 $r = l\sqrt{1 + \delta^2} = l/\cos \theta$ 。
- t は TOF-bin (profileの中心座標) $t = \Delta \tau c/2$ 。



[その近似]

$$p_i(s, \phi, z, \delta) \approx \int_{-\infty}^{\infty} dl f(s \cos \phi - l \sin \phi, s \sin \phi + l \cos \phi, z + l\delta) h(t, l)$$

- 近似は $h(t, l) = \sqrt{1 + \delta^2} h(t, l\sqrt{1 + \delta^2}) \Leftrightarrow \cos \theta = 1$ であり、その精度は、 $\cos^{-1} 0.99 = 8.1^\circ, \cos^{-1} 0.95 = 18.2^\circ, \cos 0.90 = 25.8^\circ$ 程度である。
 なお、 $\cos 15^\circ = 0.966$ 。
- 近似の物理的な意味は、 l が共通の oblique なサイノグラムを、スライス面に投影した場合 (θ が異なっても) TOFプロファイル h は共通である。
- h が狭い関数 (時間分解能 < 500ps) の場合には、近似精度が悪化する。

2D TOF-SSRB

[2D TOF サイノグラム]

$$p_{\text{reb},i}(s, \phi, z) = p_i(s, \phi, z, 0)$$

$\delta=0$ のデータのみを抜き出したのが、2D TOFのサイノグラムであり、より現実的には、 $|\delta|$ が十分に小さい範囲を加算する。SNRを向上させるために、SSRMでは

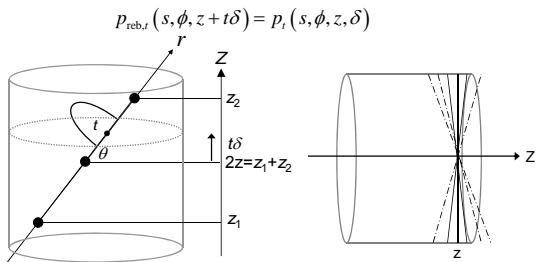
$$p_{\text{reb},i}(s, \phi, z) = p_i(s, \phi, z, \delta)$$

と近似する。TOF-PETでは、時間情報を利用して、より高精度な近似が可能である。

$$p_{\text{reb},i}(s, \phi, z + t\delta) = p_i(s, \phi, z, \delta)$$

3D TOF-SSRB

[3D TOF サイノグラム]



また、感度を補正するために、

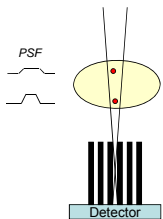
$$p_{\text{reb},t}(s, \phi, z) \approx \frac{1}{2\delta_{\text{max}}(z)} \int_{-\delta_{\text{max}}}^{\delta_{\text{max}}} d\delta p_t(s, \phi, z, \delta)$$

TOF-FORE

の前に、
FOREのおさらい

線源と検出器の距離の関係

- SPECTでは、楕円軌道でスキャンするとアーチファクトを生じることが知られていた。
- これは、線源と検出器の距離に従って、解像度 (spread function) や感度が変化するためである。



リング状のファントムを楕円軌道でスキャンした場合の像



P. J. Maniowski et al, JNM, 32 (1991) 871.

FDP (Frequency Distance Principle)の発見

そこで、線源と検出器の距離が一定関係を満たすサイノグラム

$$p(s, \phi) = \int_{l-x}^{l-x} f_{\phi}(s, l) dl$$

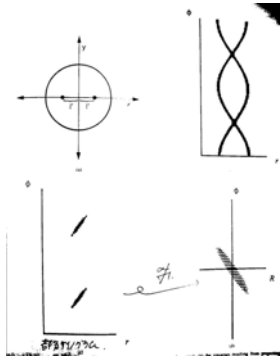
のみを抽出して、波数空間

$$P(\omega, k) = \int_{-\infty}^{\infty} ds \int_0^{2\pi} d\phi \exp(-i\omega s - ik\phi) p(s, \phi)$$

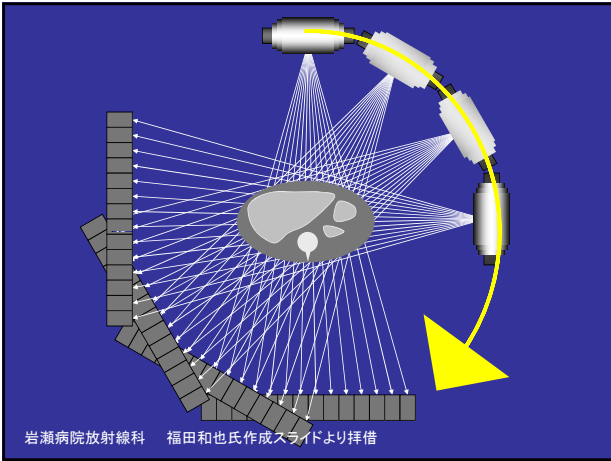
に投影してみたところ、

$$s' \approx -\frac{k}{\omega}$$

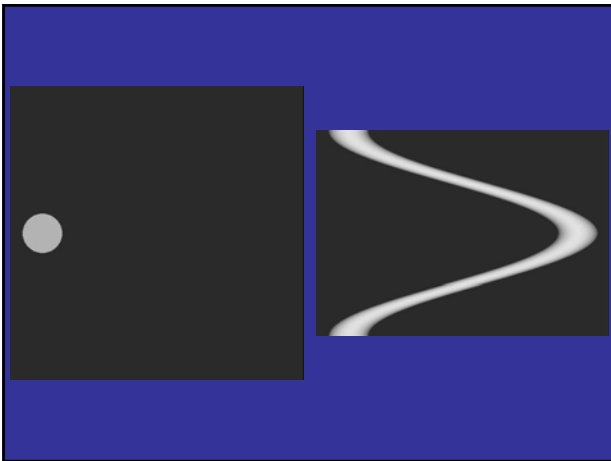
という、強い相関のあることが発見された。

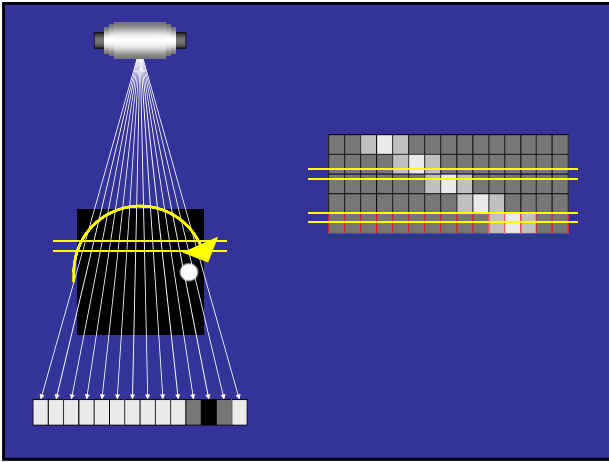


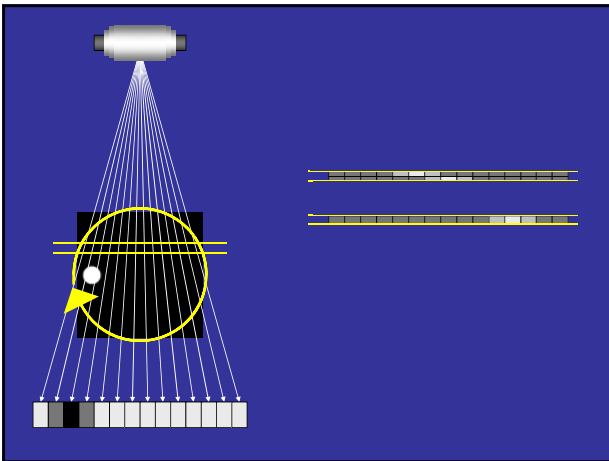
S.J. Glick et al, IEEE TMI 13 (1994) 363-374.



岩瀬病院放射線科 福田和也氏作成スライドより拝借







FDP(再掲)

そこで、線源と検出器の距離が一定関係を満たすサイングラムのみを抽出して、波数空間

$$p(s, \phi) = \int_{l=-s}^{l=s} f_p(s, l) dl$$

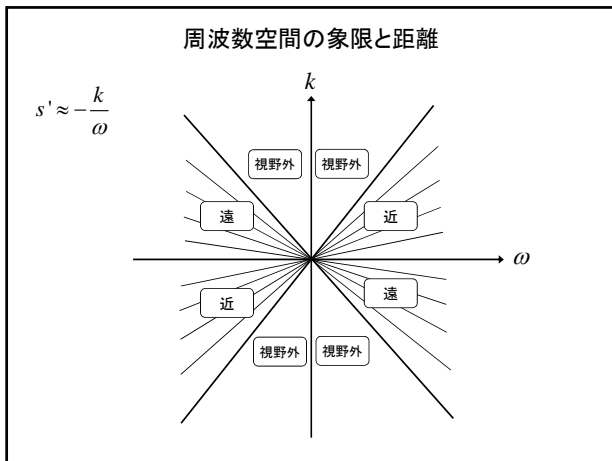
に投影してみたところ、

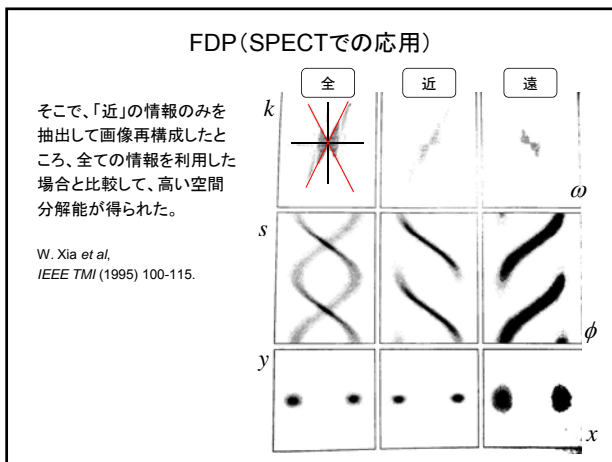
$$P(\omega, k) = \int_{-\infty}^{\infty} ds \int_0^{2\pi} d\phi \exp(-i\omega s - ik\phi) p(s, \phi)$$

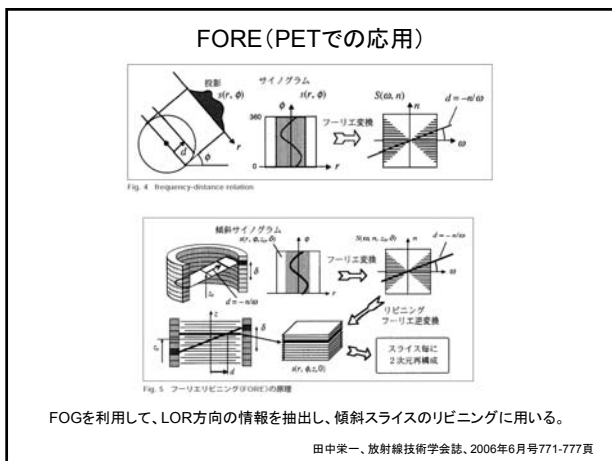
$$s' \approx -\frac{k}{\omega}$$

という、強い相関のあることが発見された。

S.J. Glick et al, IEEE TMI 13 (1994) 363-374.







TOF-FORE

$$p_{\text{rev}}(s, \phi + \pi, z, \delta) = p_{\text{r}}(-s, \phi, z, -\delta)$$

TOF-PETも通常のPETと同様に、独立なサイノグラムは180度分である。サイノグラムを2次元フーリエ変換して、周波数空間で表すと、

$$P_i(\omega, k, z, \delta) = \int_{-R_{\text{FOV}}}^{R_{\text{FOV}}} ds \int_0^{2\pi} d\phi \exp(-i\omega s - ik\phi) p_i(s, \phi, z, \delta)$$

であるが、この積分定数を(x,y)に戻すと、

$$P_i(\omega, k, z, \delta) = \int_{\mathbb{R}^2} dx dy \int_0^{2\pi} d\phi \exp\{-i[\omega(x \cos \phi + y \sin \phi) + k\phi]\} \\ \times f(x, y, z + \delta(-x \sin \phi + y \cos \phi)) h(t, -x \sin \phi + y \cos \phi)$$

ただし、座標変換は、

$$\begin{pmatrix} s \\ l \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \phi & \sin \phi \\ -\sin \phi & \cos \phi \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix}$$

ところが、

$$P_i(\omega, k, z, \delta) = \int_{\mathbb{R}^2} dx dy \int_0^{2\pi} d\phi \exp\{-i[\omega(x \cos \phi + y \sin \phi) + k\phi]\} \\ \times f(x, y, z + \delta(-x \sin \phi + y \cos \phi)) h(t, -x \sin \phi + y \cos \phi)$$

は、

$$\frac{\partial \Phi(x, y, \omega, k, \phi)}{\partial \phi} = \omega(-x \sin \phi + y \cos \phi) + k = -\omega l + k = 0$$

の近傍でのみ、値が打ち消されずに寄与が残るので、

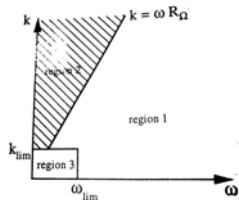
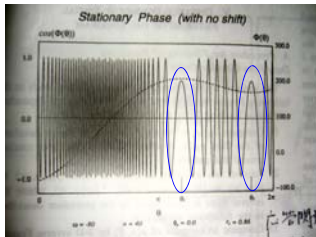
$$P_i(\omega, k, z, \delta) \approx \int_{\mathbb{R}^2} dx dy \int_0^{2\pi} d\phi \exp\{-i[\omega(x \cos \phi + y \sin \phi) + k\phi]\} \\ \times f\left(x, y, z - \frac{k\delta}{\omega}\right) h(t, -x \sin \phi + y \cos \phi)$$

つまり、

$$P_i(\omega, k, z, \delta) \approx P_i\left(\omega, k, z - \frac{k\delta}{\omega}, 0\right)$$

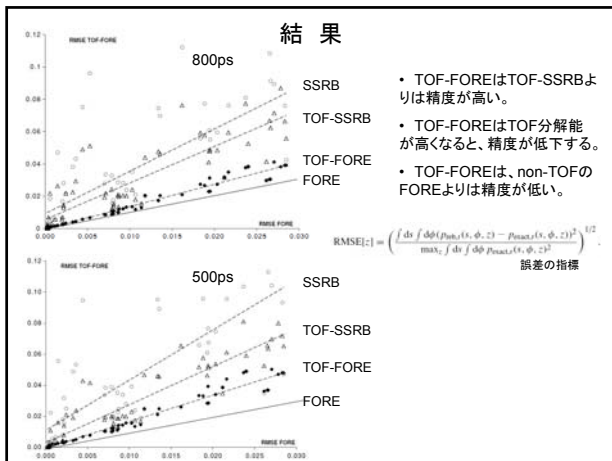
[$\exp\{-i[\omega(x \cos \phi + y \sin \phi) + k\phi]\}$ の関数形]

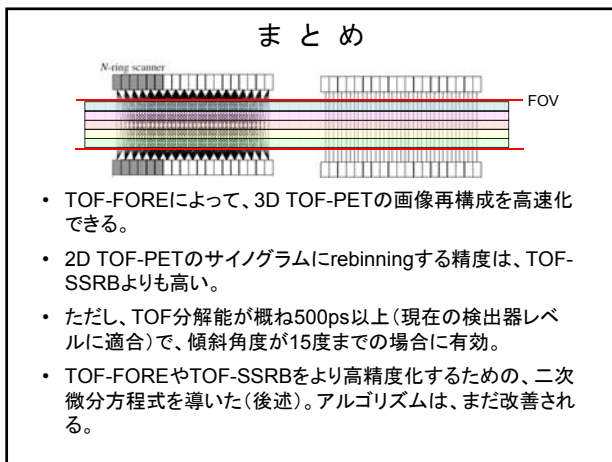
(FOGの数学的な背景)

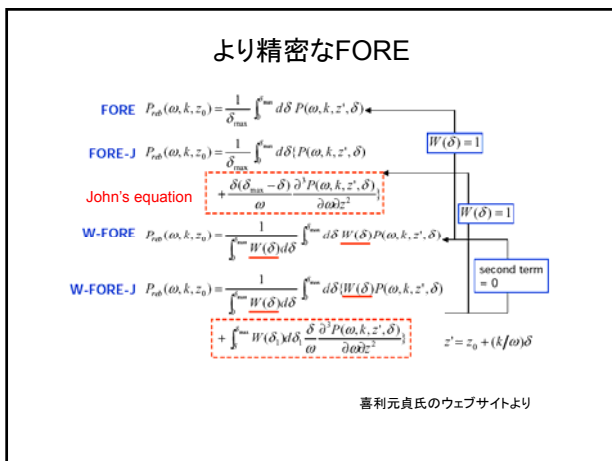


[注意]

低周波数ではこの仮定は正しくない。高周波成分にはTOF-FOREを、低周波成分にはTOF-SSRBを適用するのが良い。(non-TOFの場合と同様)なお、実際にTOF-SSRBを適用する必要があるのは、DC成分($\omega=k=0$)の近傍のみである。







感想

- FDPの情報とTOFの情報は、LOR方向を細分化するという点で互いに冗長であり、rebinningを目的としてTOF情報を用いる利点が必ずしも明確でない。
- 計算量削減を目的としながら、サイングラム毎のFourier変換が不可欠であり、かつTOF-bin数倍だけ計算量が増大する。しかも、non-TOFのFOREよりも精度が低い。
- 時間分解能が500ps以上でないと誤差が目立つという特性は、今後、本質的にTOF-PETに寄与するアルゴリズムではないことを示唆しているのではないか。
- (次に紹介するKarpグループの論文の方が面白いと思う。)

論文紹介

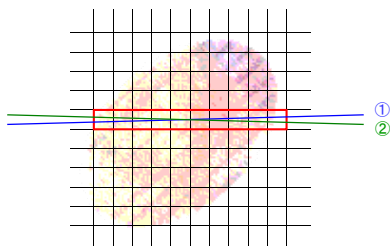
S. Vandenberghe, M. E. Daube-Witherspoon, R. M. Lewitt,
and J. S. Karp

“Fast reconstruction of 3D time-of-flight PET
data axial rebinning and transverse mashing”

Phys. Med. Biol., **51**, pp. 1603-1621, March 2006.

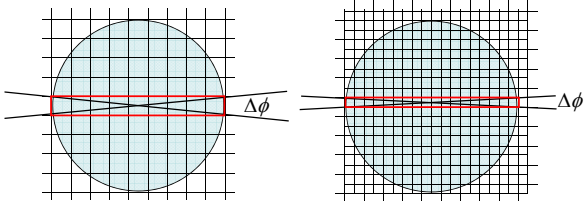


“Mashing”の基本理念



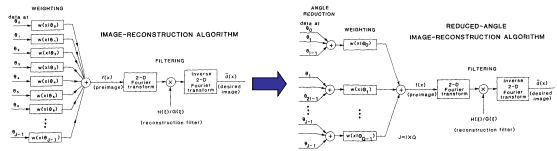
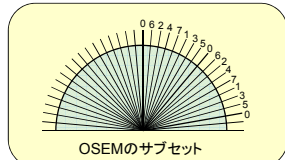
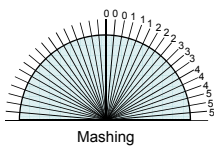
被検体に対応するピクセルにおける、LOR①とLOR②の作用は同等であると近似することにより、tangentialな方向に情報を圧縮する技術。

FOV全体への一般化



FOV径に対してピクセルが大きいほど、角度サンプリングを減らした場合の画像に対する影響は小さい。

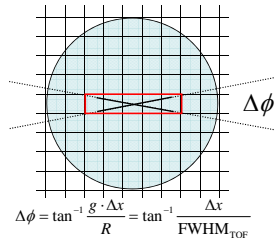
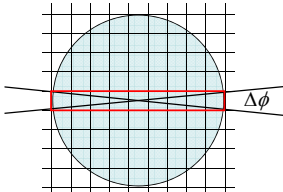
参考



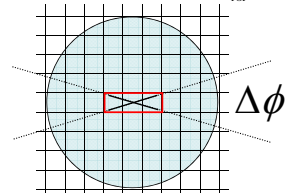
D. G. Polite et al, *IEEE TNS*, 33 (1986) pp. 428-434.

TOF + Mashing

$$\Delta\phi = \tan^{-1} \frac{\Delta x}{R}$$

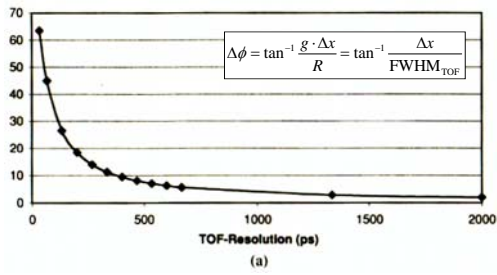


$$\Delta\phi = \tan^{-1} \frac{g \cdot \Delta x}{R} = \tan^{-1} \frac{\Delta x}{FWHM_{TOF}}$$



TOF分解能が高くなるほど、LORに接触するピクセル数が減少するため、角度サンプリング密度を下げる事ができる。

時間分解能と角度サンプリング密度



$\Delta x = 5\text{mm}$

Non-TOFでは90方向程度のサンプリング密度が必要だが、TOF分解能が300ps前後では、10~20方向の投影データに圧縮できる。

GATE シミュレーション

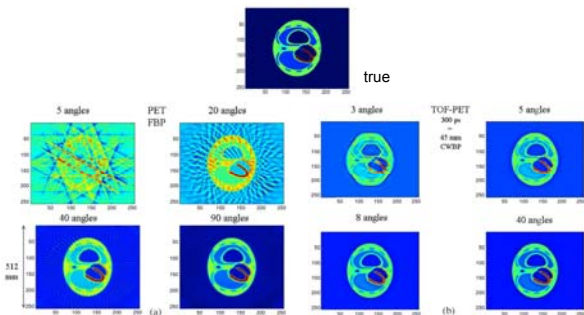
装置

- LaBr₃ TOF-PET scanner @ Pennsylvania Univ.
- 4 x 4 x 30 mm³ x 648 crystals x 60 rings
- D=90cm, FOV_{axial}=25cm, θ_{max} =15 degs
- ΔE =6%
- Δx =4mm
- FWHM_{TOF}=45mm (=300ps for pair, 210ps for single)

再構成

- MCAT phantom
- FBP for Non-TOF, CW back-projection for TOF

シミュレーション結果



Non-TOFでは、40方向以上の投影データが必要だが、300psのTOF分解能では8方向(22.5度毎)でもかなり良い画になっている。

TOF-SSRB + Mashingの利点

- TOF分解能が良いほど利点大きい。
- Rebinningの前に5次元(4次元+TOF)のサイノグラムを作成しなくて良い。
- Mashingでtangentialな空間分解能を落とすことなく、データ量を削減できる。
- Fourier変換が不要。
- 吸収補正や感度補正を画像ベースで行える。
- (Axialな空間分解能に関する議論はされていない)



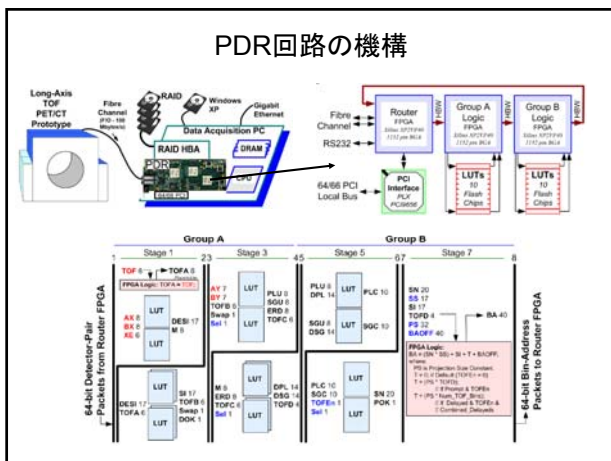
論文紹介

W. F. Jones, E. Breeding, M. Conti, F. Kehren,
and M. E. Casey

“On-Line Time-of-Flight Mashing: the PDR card applied to a long-axis PET-TOF system for reduced transaxial angular sampling with 3-D nearest-neighbor projection-space rebinning in clinical PET/CT”

IEEE NSS/MIC 2006, M11-148

PDR回路の機構



PDR回路の機能 (proposed)

